

VALORES EXTREMOS DE UMIDADE DO SOLO REFERENTES AO MODELO DE VAN GENUCHTEN⁽¹⁾

Q. DE JONG VAN LIER⁽²⁾ & D. DOURADO NETO⁽³⁾

RESUMO

É apresentado um método para determinar os valores extremos de umidade do solo, umidade correspondente à saturação e umidade residual, referentes ao modelo de Van Genuchten, por extrapolação. Utilizando dados referentes às curvas de retenção de água no solo, obtidos numa terra roxa estruturada latossólica de Piracicaba (SP) e em dois horizontes de um podzólico vermelho-amarelo eutrófico plíntico de Mossoró (RN), foi feito em 1992, em Piracicaba (SP) um estudo comparativo entre o novo método aqui proposto e três já existentes: (a) estimando os valores extremos pelo método dos quadrados mínimos; (b) fixando a umidade correspondente à saturação igual ao maior valor medido experimentalmente e a umidade residual nula e (c) fixando a umidade correspondente à saturação e a residual igual ao maior e ao menor valor de umidade respectivamente, medidos experimentalmente. Os parâmetros empíricos do modelo de Van Genuchten foram estimados por regressão não linear, determinando os valores extremos pelos quatro métodos, com e sem relação de dependência entre os parâmetros m e n . Em função dos resultados obtidos, verificou-se que o método proposto pode ser utilizado para determinar os valores extremos de umidade do solo, com ou sem relação de dependência entre os parâmetros m e n , com a vantagem de ganhar número de graus de liberdade do resíduo.

Termos de indexação: curva de retenção, modelo de Van Genuchten, umidade residual, umidade de saturação.

SUMMARY: EXTREME VALUES OF SOIL WATER CONTENT FOR VAN GENUCHTEN'S MODEL

A method is presented to determine by extrapolation the extreme values of soil water contents for Van Genuchten's model, namely the saturated and the residual soil moisture contents. Soil water retention data of a Rhodic Kanhapludalf from Piracicaba, Brazil and for two horizons of a Plinthustalf from Mossoró, Brazil, were used. In 1992, in Piracicaba, the proposed method was compared with three existing ones: (a) estimating the extreme soil water content by the least squares method, (b) fixing the saturated soil water content equal to the greatest value measured experimentally and the residual soil water content zero and (c) fixing the saturated and the residual soil water contents equal to the greatest and smallest experimentally measured value, respectively. The empirical parameters of Van Genuchten's

(1) Trabalho apresentado no XXIII Congresso Brasileiro de Ciência do Solo, 21-27 de julho de 1991, Porto Alegre (RS). Recebido para publicação em julho de 1992 e aprovado em julho de 1993.

(2) Estudante de pós-graduação. Departamento de Ciência do Solo, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz". Caixa Postal 9, CEP 13418-900 Piracicaba (SP).

(3) Professor Doutor, Departamento de Agricultura, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz". Caixa Postal 9, CEP 13418-900 Piracicaba (SP).

model were estimated by non-linear regression, and the extreme values of soil water content determined by the four methods, with and without dependency between the empirical parameters m and n . The proposed method was efficient in determining the extreme values of soil water content, with and without dependency between the parameters m and n , resulting in a gain of residual degrees of freedom.

Index terms: soil water retention curve, Van Genuchten's model, residual soil moisture content, saturated soil moisture content.

INTRODUÇÃO

Em função do conhecimento do comportamento do fenômeno de retenção de água pelo solo, Van Genuchten (1980) propôs o seguinte modelo estatístico para a descrição matemática da relação funcional entre o teor de água, a base de volume (θ , m^3/m^3) e o potencial mátrico (ψ_m , Pa):

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (\alpha \cdot |\psi_m|)^n]^m} \quad (1)$$

onde θ_r é a umidade residual (m^3/m^3), θ_s é a umidade correspondente à saturação do solo (m^3/m^3), e α (Pa^{-1}), m e n são os parâmetros empíricos do modelo.

Tanto os valores extremos de umidade (θ_r e θ_s) como os parâmetros α , m e n , podem ser estimados mediante regressão não linear pelo método dos quadrados mínimos (método estatístico) utilizando recursos computacionais (Van Genuchten, 1980; Wösten & Van Genuchten, 1988; Dourado Neto et al., 1990). Assim, ter-se-iam cinco parâmetros estimados estatisticamente. Utilizando uma relação de dependência entre os parâmetros m e n , proposta para relacionar os parâmetros da curva de retenção com os da relação condutividade hidráulica-umidade (Van Genuchten, 1980), esse número se reduz para quatro.

Há várias alternativas para determinar os valores extremos de umidade no intuito de diminuir o número de parâmetros a estimar, maximizando assim o número de graus de liberdade do resíduo. A umidade de saturação pode ser determinada por diferentes métodos: experimentalmente em laboratório ou calculando em função das massas específicas do solo e das partículas. Esses métodos apresentam limitações (Moraes, 1991). A rigor, a determinação experimental de θ_r é impraticável, conforme concepção de Van Genuchten (1980), já que esse valor de umidade corresponde a um potencial mátrico infinitamente negativo. A umidade residual pode ser determinada por diferentes critérios: adotar o valor mínimo medido experimentalmente, normalmente correspondendo a $-1,5 \cdot 10^6$ Pa ou adotar o valor nulo. Ross et al. (1991) propõem um método de estimativa de θ_r que resulta sempre em valores negativos.

O presente trabalho tem por objetivo apresentar um método para determinar os valores extremos de umidade, umidade de saturação e residual, referentes ao modelo de Van Genuchten (1980).

MATERIAL E MÉTODOS

Pelo método proposto, a umidade correspondente à saturação e a umidade residual são estimadas por extrapolação em função dos parâmetros empíricos α , m e n e dos valores de umidade medidos máximo ($\theta_{\text{máx}}$, m^3/m^3) e mínimo ($\theta_{\text{mín}}$, m^3/m^3), correspondentes aos potenciais mátricos máximo ($\psi_{m,\text{máx}}$, Pa) e mínimo ($\psi_{m,\text{mín}}$, Pa), respectivamente.

Fazendo:

$$\theta_{\text{máx}} = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (\alpha \cdot |\psi_{m,\text{máx}}|)^n]^m} \quad (2)$$

e

$$\theta_{\text{mín}} = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (\alpha \cdot |\psi_{m,\text{mín}}|)^n]^m} \quad (3)$$

verifica-se que:

$$\theta_s = \frac{(1 - A_{\text{mín}}) \cdot \theta_{\text{máx}} - (1 - A_{\text{máx}}) \cdot \theta_{\text{mín}}}{A_{\text{máx}} - A_{\text{mín}}} \quad (4)$$

e

$$\theta_r = \frac{A_{\text{máx}} \theta_{\text{mín}} - A_{\text{mín}} \theta_{\text{máx}}}{A_{\text{máx}} - A_{\text{mín}}} \quad (5)$$

onde:

$$A_{\text{máx}} = \{1 + [\alpha \cdot |\psi_{m,\text{máx}}|]^n\}^{-m} \quad (6)$$

e

$$A_{\text{mín}} = \{1 + [\alpha \cdot |\psi_{m,\text{mín}}|]^n\}^{-m} \quad (7)$$

Os parâmetros empíricos do modelo de Van Genuchten (1980) foram estimados por regressão não linear, minimizando a soma dos quadrados dos desvios residuais. O ajuste obtido utilizando o cálculo dos valores extremos por extrapolação pelas equações (4) e (5) foi comparado com três métodos já existentes: (a) estimando os valores extremos pelo método dos quadrados mínimos; (b) fixando a umidade correspondente à saturação igual ao maior valor medido experimentalmente e a umidade residual nula e (c) fixando a umidade correspondente à saturação e a residual igual ao maior e ao menor valor de umidade respectivamente, medidos experimentalmente. Nos quatro casos, os parâmetros foram estimados utilizando ou não a relação de dependência entre os parâmetros m e n ($m = 1 - n^{-1}$) proposta por Van Genuchten (1980), tendo assim oito estimativas dos parâmetros do modelo.

Como exemplos numéricos foram utilizados os dados da curva de retenção, número 19, obtidos por Moraes (1991), referentes a uma terra roxa estruturada latossólica, localizada no campo experimental

Quadro 1. Valores de umidade volumétrica (θ) obtidos experimentalmente em amostra indeformada de uma terra roxa estruturada latossólica (TR) e de dois horizontes de um podzólico vermelho-amarelo plântico (PVe), para diferentes valores de potenciais mátricos (ψ_m)

ψ_m	θ		
	TR ⁽¹⁾	PVe - A ₂ ⁽¹⁾	PVe - B _{22t} ⁽¹⁾
Pa.10 ³		m ³ /m ³	
-0,1	*(2)	0,2182	0,3850
-0,5	0,5239	0,2081	0,3782
-1,0	0,5185	0,2017	0,3552
-2,0	*	0,1715	0,3006
-4,0	*	0,1307	0,2501
-6,0	0,4440	0,1012	0,2133
-8,0	*	0,0918	0,1966
-10,0	0,4235	0,0747	0,1939
-20,0	*	0,0606	0,1458
-30,6	0,3911	*	*
-33,0	*	0,0461	0,1229
-70,0	*	0,0353	0,1096
-81,6	0,3569	*	*
-100,0	*	0,0345	0,1008
-300,0	*	0,0264	0,0974
-306,0	0,2923	*	*
-500,0	*	0,0244	0,0955
-800,0	*	0,0243	0,0951
-1500,0	*	0,0242	0,0912
-1530,0	0,2637	*	*

(1) Dados de TR (Moraes, 1991), e de PVe (Mota, 1976). (2) Valor não determinado.

do Departamento de Física e Meteorologia da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" da Universidade de São Paulo, em Piracicaba (SP) e os obtidos por Mota (1976), referentes a dois horizontes de um podzólico vermelho-amarelo eutrófico plântico, localizado em Mossoró (RN) (Quadro 1).

Para realização de estudo comparativo entre os diferentes métodos de determinação dos parâmetros do modelo de Van Genuchten (1980), foram determinados os seguintes parâmetros de comparação: (a) coeficiente de ajuste, calculado pela relação entre a soma dos quadrados dos desvios da regressão e a soma dos quadrados dos desvios totais; (b) soma dos quadrados dos desvios residuais; (c) valor F calculado pela relação entre o quadrado médio da regressão e o quadrado médio do resíduo; (d) nível de significância dado pelo teste F e (e) número de graus de liberdade, calculado pela diferença entre o número de pares de pontos da curva de retenção e o de parâmetros estimados, que é variável em função do método de cálculo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A relação de dependência entre os parâmetros m e n apresenta a vantagem de requerer menor tempo de processamento de cálculos e maior número de graus de liberdade do resíduo. Consequentemente, o nível de significância, pelo teste F, tende a ser menor. Apresenta, porém, a desvantagem de minimizar menos a soma dos quadrados dos desvios residuais, resultando num menor coeficiente de ajuste, o que ficou evidenciado no presente estudo (Quadros 2, 3 e 4).

Em todos os casos estudados, o nível de significância, pelo teste F, foi muito baixo, inferior a 0,3% (Quadros 2, 3 e 4), o que indica a adequação do modelo de Van Genuchten. Sendo assim, na disponibilidade de um computador com alta velocidade de processamento e um número de graus de liberdade do resíduo

Quadro 2. Valores dos parâmetros empíricos do modelo de Van Genuchten α , m , n , umidade residual (θ_r) e umidade de saturação (θ_s) e dos parâmetros de comparação: coeficiente de ajuste (c.a.), soma dos quadrados dos resíduos (SQres), valor F, nível de significância (NSF) e número de graus de liberdade do resíduo (GLres), referentes à terra roxa estruturada latossólica, determinados pelos diferentes métodos, com (n_{dep}) e sem (n_{indep}) relação de dependência entre os parâmetros n e m

Parâmetros	$\theta_r = 0$ e $\theta_s = \theta_{m\acute{a}x}$		$\theta_r = \theta_{m\acute{i}n}$ e $\theta_s = \theta_{m\acute{a}x}$		θ_r e θ_s extrapolados		θ_r e θ_s estimados	
	n_{dep}	n_{indep}	n_{dep}	n_{indep}	n_{dep}	n_{indep}	n_{dep}	n_{indep}
α (Pa ⁻¹ .10 ⁻⁶)	543,6	805,8	254,9	60,1	795,1	874,2	1053,8	970,4
m	0,096	0,036	0,291	0,808	0,113	0,064	0,093	0,030
n	1,106	2,720	1,411	0,800	1,128	1,675	1,103	2,725
θ_r (m ³ /m ³)	0,000	0,000	0,264	0,264	0,077	0,031	0,008	-0,076
θ_s (m ³ /m ³)	0,524	0,524	0,524	0,524	0,539	0,531	0,547	0,528
c.a.	0,989	0,994	0,975	0,980	0,993	0,994	0,994	0,994
SQres(m ⁶ .10 ⁻⁴ /m ⁶)	7,22	3,81	15,85	13,08	4,38	4,15	4,00	3,59
F	525,9	417,1	236,2	119,8	871,1	383,3	211,7	133,1
NSF (%)	0,0013	0,0048	0,0036	0,0203	0,0008	0,0052	0,0323	0,2033
GLres	6	5	6	5	6	5	4	3

superior ou igual a três, a estimativa sem relação de dependência entre os parâmetros empíricos m e n é preferível à estimativa com relação de dependência, quando não se deseja relacionar os parâmetros da curva de retenção com os da curva de condutividade hidráulica conforme Van Genuchten (1980).

O método de extrapolação dos valores extremos de umidade proposto apresenta a vantagem de maximizar o número de graus de liberdade do resíduo sem fixar os valores de umidade de saturação e umidade residual.

Quando os valores extremos de umidade são estimados por extrapolação ou estatisticamente, pelo método dos quadrados mínimos, há possibilidade da obtenção de umidade correspondente à saturação superior à unidade e umidade residual negativa. Isso evidencia que os valores extremos de umidade assim estimados não têm (sempre) significado físico e que,

portanto, a equação com parâmetros obtidos por esses métodos pode ser usada apenas cautelosamente para extrapolações. Na maioria dos casos, porém, o uso se limita à faixa entre os valores mínimo e máximo medidos experimentalmente (interpolação), não havendo restrição à utilização desses métodos.

A fixação dos valores extremos de umidade apresenta a vantagem de não se obterem valores incoerentes com o comportamento físico observável (que ocorre na natureza), valores negativos para a umidade residual e valores maiores que a unidade para a umidade de saturação.

Embora o método estatístico possibilite maior minimização da soma dos quadrados dos desvios residuais em relação aos demais métodos, apresenta a desvantagem de perda de número de graus de liberdade do resíduo, desvantagem essa que será tanto menor quanto maior for o número de valores de umidade medidos.

Quadro 3. Valores dos parâmetros empíricos do modelo de Van Genuchten α , m , n , umidade residual (θ_r) e umidade de saturação (θ_s) e dos parâmetros de comparação: coeficiente de ajuste (c.a.), soma dos quadrados dos resíduos (SQres), valor F, nível de significância (NSF) e graus de liberdade do resíduo (GLres), referentes ao podzólico vermelho-amarelo eutrófico plíntico, horizonte A2, determinados pelos diferentes métodos, com (n_{dep}) e sem (n_{indep}) relação de dependência entre os parâmetros n e m

Parâmetros	$\theta_r = 0$ e $\theta_s = \theta_{m\acute{a}x}$		$\theta_r = \theta_{m\acute{i}n}$ e $\theta_s = \theta_{m\acute{a}x}$		θ_r e θ_s extrapolados		θ_r e θ_s estimados	
	n_{dep}	n_{indep}	n_{dep}	n_{indep}	n_{dep}	n_{indep}	n_{dep}	n_{indep}
α ($\text{Pa}^{-1} \cdot 10^{-6}$)	662,7	943,0	459,1	454,0	467,5	481,6	456,1	503,2
m	0,321	0,136	0,447	0,454	0,440	0,422	0,443	0,373
n	1,473	3,069	1,807	1,790	1,786	1,833	1,796	1,999
θ_r (m^3/m^3)	0,000	0,000	0,024	0,024	0,023	0,023	0,023	0,022
θ_s (m^3/m^3)	0,218	0,218	0,218	0,218	0,219	0,219	0,217	0,216
c.a.	0,985	0,991	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999
SQres ($\text{m}^6 \cdot 10^{-4}/\text{m}^6$)	11,43	7,24	0,94	0,94	0,91	0,90	0,88	0,83
F	932,9	687,9	11495,1	5342,0	11898,7	5559,8	3507,9	2560,5
NSF (%)	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001
GLres	14	13	14	13	14	13	12	11

Quadro 4. Valores dos parâmetros empíricos do modelo de Van Genuchten α , m , n , umidade residual (θ_r) e umidade de saturação (θ_s) e dos parâmetros de comparação: coeficiente de ajuste (c.a.), soma dos quadrados dos resíduos (SQres), valor F, nível de significância (NSF) e número de graus de liberdade do resíduo (GLres), referentes ao podzólico vermelho-amarelo eutrófico plíntico, horizonte B22t, determinados pelos diferentes métodos, com (n_{dep}) e sem (n_{indep}) relação de dependência entre os parâmetros n e m

Parâmetros	$\theta_r = 0$ e $\theta_s = \theta_{m\acute{a}x}$		$\theta_r = \theta_{m\acute{i}n}$ e $\theta_s = \theta_{m\acute{a}x}$		θ_r e θ_s extrapolados		θ_r e θ_s estimados	
	n_{dep}	n_{indep}	n_{dep}	n_{indep}	n_{dep}	n_{indep}	n_{dep}	n_{indep}
α ($\text{Pa}^{-1} \cdot 10^{-6}$)	1193,1	1613,5	505,4	415,9	523,2	441,1	537,5	427,3
m	0,206	0,056	0,420	0,528	0,408	0,503	0,402	0,543
n	1,259	4,295	1,723	1,500	1,690	1,498	1,672	1,413
θ_r (m^3/m^3)	0,000	0,000	0,091	0,091	0,088	0,089	0,086	0,089
θ_s (m^3/m^3)	0,385	0,385	0,385	0,385	0,386	0,386	0,387	0,390
c.a.	0,964	0,976	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998
SQres ($\text{m}^6 \cdot 10^{-4}/\text{m}^6$)	63,30	41,60	3,89	3,43	3,35	3,13	3,25	2,97
F	369,7	264,6	6234,1	3283,5	7238,9	3594,1	2133,6	1606,3
NSF (%)	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001	<0,0001
GLres	14	13	14	13	14	13	12	11

No caso da terra roxa estruturada latossólica, o menor valor do nível de significância foi obtido com o método de extrapolação, utilizando relação de dependência entre os parâmetros m e n . Quando esses parâmetros são estimados sem relação de dependência, o nível de significância aumenta por causa do menor número de graus de liberdade do resíduo, porém a soma dos quadrados dos desvios residuais é menor e, conseqüentemente, o coeficiente de ajuste é maior.

Devido à limitação metodológica da determinação experimental dos valores extremos de umidade, e a perda de graus de liberdade do resíduo quando esses valores são determinados mediante o método estatístico, o método de extrapolação é justificável.

CONCLUSÃO

O método proposto permitiu a determinação dos valores extremos de umidade do solo em função dos valores de umidade determinados experimentalmente e dos parâmetros empíricos referentes ao modelo de Van Genuchten.

LITERATURA CITADA

- DOURADO NETO, D.; JONG VAN LIER, Q. de; BOTREL, T.A. & LIBARDI, P.L. Programa para confecção da curva de retenção de água no solo utilizando o modelo de Genuchten. Eng. Rur., Piracicaba, 1(2):92-102, 1990.
- MORAES, S.O. Heterogeneidade hidráulica de uma terra roxa estruturada. Piracicaba, ESALQ/USP, 1991. 141p. (Tese de Doutorado)
- MOTA, F.O.C. Retenção de água em perfil Alfissol do município de Mossoró - RN. Piracicaba, ESALQ/USP, 1976. 70p. (Tese de Mestrado.)
- ROSS, P.J.; WILLIAMS, J. & BRISTOW, K.L. Equation for extending water-retention curves to dryness. Soil Sci. Soc. Am. J., Madison, 55(4):923-927, 1991.
- VAN GENUCHTEN, M.T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J., Madison, 44(5):892-898, 1980.
- WÖSTEN, J.H.M. & VAN GENUCHTEN, M.T. Using texture and other soil properties to predict the unsaturated soil hydraulic functions. Soil Sci. Soc. Am. J., Madison, 52(6):1762-1770, 1988.