



[Scientia Agricola](#)

versão On-line ISSN 1678-992X

Sci. agric. v.56 n.4 Piracicaba out./dez. 1999

<http://dx.doi.org/10.1590/S0103-90161999000400019>

Modelo matemático para estimar o acúmulo de matéria seca e prever as épocas do florescimento e do ponto de maturidade fisiológica da cultura de feijão¹

Hudson Santos Pimenta^{2*}; Antônio Luiz Fancelli³; Durval Dourado-Neto^{3,4}

²Secretaria de Agricultura, Irrigação e Reforma Agrária. Superintendência de Irrigação do Estado da Bahia. Prédio do SEAGRI/SIR. Pavilhão IV. Centro Administrativo da Bahia - CEP: 40000-000 - Salvador, BA.







³Depto. de Produção Vegetal - ESALQ/USP, C.P. 9. - CEP: 13418-900 - Piracicaba, SP.

⁴Bolsista do CNPq.




*e-mail: HUDSONP@SVN.COM.BR

Serviços Personalizados

Artigo

-  Artigo em XML
-  Referências do artigo
-  Como citar este artigo
-  Curriculum ScienTI
-  Tradução automática
-  Enviar este artigo por email

Indicadores

-  Indicadores de saúde
-  Citado por SciELO
-  Acessos

Links relacionados

Compartilhar

Mais 

Mais

 Permalink

RESUMO: Com o objetivo de elaborar um modelo matemático para estimar o acúmulo de matéria seca, e prever as épocas de florescimento e do ponto de maturidade fisiológica da cultura de feijão, em função da temperatura média diária do ar, foi conduzido um experimento em Piracicaba-SP (22°42'30" de latitude Sul, 47°38'00" de longitude Oeste e 546 m de altitude) utilizando o cultivar IAC-Carioca sob dez tratamentos (diferentes níveis de nitrogênio e água). Em função dos resultados obtidos, verificou-se que o modelo sugerido é utilizável para o que foi proposto.

Palavras-chave: *Phaseolus vulgaris*, feijão, florescimento, maturidade fisiológica, modelo matemático

Mathematical model to estimate growth and forecast flowering and physiological maturity date of the common bean

ABSTRACT: With the objective of developing a mathematical model to estimate the effect of daily air temperature on the growth (dry matter accumulation), and forecast the flowering and physiological maturity dates of the common bean, an experiment was carried out at Piracicaba, SP, Brazil (22°42'30", 47°38'00" W and altitude: 546 m) using the cultivar IAC-

Carioca, in ten treatments (different levels of nitrogen and water). The results showed that the proposed model can be used for its purpose.

Key words: *Phaseolus vulgaris*, common bean, flowering, physiological maturity, mathematical model

INTRODUÇÃO

No Brasil o rendimento médio da cultura de feijão gira em torno de 600 kg.ha⁻¹, valor muito aquém do desejado. Práticas corretas de manejo podem ser determinantes para a condução adequada da lavoura, assim sendo todas as informações sobre elementos bióticos (pragas, doenças e plantas daninhas), clima, planta, solo e a interação entre esses fatores podem auxiliar tanto o produtor quanto o pesquisador no desenvolvimento da cultura.

O modelo matemático proposto neste trabalho é um instrumento que permite estimar a variação temporal do acúmulo de matéria seca relativa, e prever as épocas do florescimento e do ponto de maturidade fisiológica da cultura de feijão.

Além disso o modelo pode auxiliar na interpretação de dados experimentais, sendo mais uma ferramenta para o desenvolvimento de novas técnicas de pesquisa e manejo num ambiente que hoje exige maximização do uso de recursos.

A proposição do presente modelo é justificável por se tratar de uma importante ferramenta para definição de população de plantas, épocas de semeadura, colheita e da utilização de fertilizantes, ou ainda, o momento exato do ponto de maturidade fisiológica do feijão visando obter sementes de melhor qualidade, racionalizando assim a produção e permitindo maior aproveitamento dos recursos naturais tais como chuva e temperatura, favorecendo o planejamento de atividades agrícolas ao nível de propriedade, e no zoneamento climático ao nível de região.

O presente trabalho tem por objetivo elaborar um modelo matemático para estimar a variação temporal do acúmulo de matéria seca, e prever as épocas do florescimento e do ponto de maturidade fisiológica.

REVISÃO DE LITERATURA

A cultura de feijão demonstra grande sensibilidade ao estresse hídrico podendo ter baixos rendimentos em situações de seca, além disso a capacidade da planta de produzir matéria seca está diretamente relacionada com a quantidade de energia luminosa disponível e com a capacidade de aproveitamento dessa energia (Costa, 1994). Por esse motivo torna-se importante a análise do desenvolvimento da cultura em diferentes situações.

Segundo Pereira & Machado (1987) o desenvolvimento de culturas anuais pode ser dividido em três partes: (a) inicial: crescimento lento (momento do estabelecimento); (b) intermediária: crescimento rápido (consolidação da cultura); (c) final: maturação (crescimento pequeno ou nulo). A taxa de crescimento da cultura é definida pela variação da massa seca com o tempo e representa a capacidade de produção de fitomassa. Essa taxa é composta por todas as partes da planta e pode ocasionalmente ser dividida para efeito de estimativa através de modelos matemáticos.

Para estimar alguns índices fisiológicos, faz-se necessário conhecer a variação temporal da massa seca e do índice de área foliar. Na avaliação da massa de matéria seca deve haver uma padronização dos métodos de secagem do material, pois a quantidade de água no tecido vegetal varia com a hora do dia, com as condições ambientais e com o estágio de desenvolvimento da planta. A variação temporal da área foliar em geral aumenta até um máximo, onde permanece por algum tempo, decrescendo em seguida, devido a senescência das folhas velhas. Como a fotossíntese depende da área foliar, o rendimento da cultura será maior quanto mais rápido a planta atingir o índice de área foliar máximo e quanto mais

tempo a área foliar permanecer ativa (Pereira & Machado, 1987).

Além desses índices relacionados à cultura, existem importantes fatores climáticos a serem considerados, tais como radiação solar e temperatura (Goudriaan, 1994).

O rendimento fotossintético da planta representa a interação entre a resposta fotossintética de folhas individuais com a disponibilidade de luz que incide sobre elas (Costa, 1994). Sendo assim, o rendimento depende do balanço de energia ao nível do dossel da cultura, que por sua vez está correlacionado com a temperatura média do ar.

A temperatura do ar tem uma característica de ciclo que vai do mínimo, ao nascer do sol, até um máximo (próximo ao meio dia), podendo ocorrer variações. Conhecendo-se essas temperaturas é possível descrever o ciclo de algumas culturas anuais com boa precisão dependendo do propósito (Goudriaan, 1994).

A modelagem matemática tem como função interagir os fatores ambientais com os da planta permitindo um estudo mais detalhado no intuito de prever processos de interesse. O ideal é formular um modelo suficientemente complexo para descrever dados originais, sem no entanto dificultar sua utilização prática (Pereira & Machado, 1987). Por outro lado, todo modelo matemático é uma simplificação do sistema a ser estudado, e não pode contemplar todas as variáveis existentes, o que resulta numa previsão não exata da realidade.

Para utilização dos modelos matemáticos, torna-se necessário a determinação de seus parâmetros empíricos através de experimentação (necessidade de várias amostragens). No caso de amostragens em que parte das plantas são destruídas há interferência na população restante. Na análise quantitativa de crescimento de comunidades vegetais os intervalos de amostragens mais utilizados variam entre 7 e 14 dias (Pereira & Machado, 1987; Lima, 1995). Portanto, o tamanho dos experimentos deve ser em função do número de amostragens necessárias.

MATERIAL E MÉTODO

Os fatores e níveis que constituem os tratamentos foram combinados conforme o delineamento central composto ([TABELA 1](#)).

TABELA 1 - Descrição dos tratamentos em cada bloco.

Tratamento	Código	Nitrogênio	Lâmina de irrigação
		kg.ha ⁻¹	% de necessidade de irrigação
Fatorial	F ₁	45	50
	F ₂	45	150
	F ₃	135	50
	F ₄	135	150
Axial	A ₁	0	100
	A ₂	180	100
	A ₃	90	200
	A ₄	90 ¹	0
Central	C ₁ e C ₂	90	100

¹Aplicação manual de nitrogênio

Os dez tratamentos foram alocados às unidades experimentais conforme o delineamento em blocos casualizados, utilizando-se dois blocos. Para o tratamento central foram utilizadas duas repetições em cada bloco, totalizando 10 parcelas experimentais por bloco. Cada parcela experimental apresentava área de 36 m², com área útil de 16 m².

Foram utilizados cinco níveis de adubação nitrogenada (0, 45, 90, 135 e 180 kg de N.ha⁻¹), utilizando-se uréia (46 % de N), aplicados via água de irrigação.

Os dados necessários para calibrar o modelo foram coletados em um experimento conduzido na área experimental do Departamento de Produção Vegetal da ESALQ, USP, em Piracicaba, SP (22°42'30" de latitude Sul, 47°38'00" de longitude Oeste e 546 m de altitude), onde foi feito o preparo do solo, a semeadura em 18 de abril de 1995, cinco coletas para análise de crescimento (estádios fenológicos V3, V4, R5, R7 e R8 – Fancelli, 1992) e colheita (estádio fenológico R9 – Fancelli, 1992) em 7 de agosto de 1995.

As adubações foram parceladas em três vezes entre 15 e 45 dias após a emergência (DAE), conforme recomendação de Meirelles et al. (1980): i. 60 % no estágio V4 (15-20 DAE), por ocasião da emissão da terceira folha trifoliada; ii. 30 % no estágio R5, início da fase reprodutiva; e iii. 10 % no estágio R7, início da formação de vagens.

A semeadura foi feita manualmente utilizando um espaçamento de 0,5 m entre linhas e uma população de 230.000 plantas.ha⁻¹.

Foi utilizado o sistema de irrigação por aspersão convencional durante todo o ciclo da cultura.

Para calibração do modelo foi utilizado o cultivar IAC-Carioca, onde a fenologia foi observada diariamente, e a análise de crescimento foi realizada em intervalos de quatorze dias, tomando-se cinco plantas ao acaso.

O desenvolvimento relativo da cultura foi computado desde a emergência até o ponto de maturidade fisiológica através das seguintes equações:

$$Dr_n = \frac{\sum_{i=1}^n (T_i - Tb)}{It}$$

se $(Tb \leq T_i \leq Tm)$ ($0 \leq Dr_n \leq 1$) ($i, n \in \mathbb{N}$)

$$T_i = \frac{Tmax_i + Tmin_i}{2}$$

onde Dr_n refere-se ao desenvolvimento relativo acumulado da cultura até o n-ésimo dia após a emergência, T_i à temperatura média do ar (°C) (se $T_i > Tm$, faz-se $T_i = Tm$ para efeito de cálculo), $Tmax_i$ e $Tmin_i$ às temperaturas (°C) máxima e mínima do ar, It ao índice térmico (°C.dia), Tb e Tm às temperaturas basal (10°C) e máxima (28°C) da cultura no i-ésimo dia após a emergência, respectivamente.

O modelo do co-seno foi proposto para prever a variação temporal diária da massa de matéria seca relativa total (Wr_i) da parte aérea da planta e massa de matéria seca de folha (TABELA 2 e Figura 1):

$$Wr_i = \cos^q \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\} \quad (q \in \mathbb{R} / q > 1)$$

$$Wr_i = \frac{W_i}{Wm}$$

em que W_i e Wm referem às massas de matéria seca total, por unidade de área (kg.m⁻²), da parte aérea no i-ésimo dia após a emergência e no ponto de maturidade fisiológica, respectivamente, e q ao fator de forma da curva de crescimento.

TABELA 2 - Assunções para obtenção do modelo do co-seno (Figura 1).

caso	condição	assunção
1	se $Dr=0 \Rightarrow Wr=0$	No instante da emergência ($Dr=0$), não há acúmulo de matéria seca da parte aérea ($Wr=0$) e a taxa de acúmulo de matéria seca é desprezível ($\frac{dWr}{dDr}=0$)
2	se $Dr=0 \Rightarrow \frac{dWr}{dDr}=0$	
3	se $Dr=1 \Rightarrow Wr=1$	No ponto de maturidade fisiológica ($Dr=1$), o acúmulo de matéria seca é máximo ($Wr=1$) e a taxa de acúmulo de matéria seca é nula ($\frac{dWr}{dDr}=0$)
4	se $Dr=1 \Rightarrow \frac{dWr}{dDr}=0^1$	
5	se $0 < Dr < 1 \Rightarrow \frac{d^2Wr}{dDr^2}=0^2$	Durante o ciclo da cultura ($0 < Dr < 1$), a variação temporal do acúmulo de matéria seca apresenta comportamento sigmoideal. Existe, portanto, um único ponto de máxima taxa de acúmulo de matéria seca ($\frac{d^2Wr}{dDr^2}=0$)
6	se $0 < Dr < Dr_f \left(\frac{d^2Wr}{dDr^2}=0 \right) \Rightarrow \frac{d^2Wr}{dDr^2} > 0$	
7	se $Dr \left(\frac{d^2Wr}{dDr^2}=0 \right) < Dr < 1 \Rightarrow \frac{d^2Wr}{dDr^2} < 0$	

$$1 \quad \frac{dWr}{dDr} = \frac{q\pi}{2} \cos^{(q-1)}(Y) \operatorname{sen}(Y)$$

$$2 \quad \frac{d^2Wr}{dDr^2} = \frac{q\pi^2}{4} \left[(q-1) \cos^{(q-2)}(Y) \operatorname{sen}^2(Y) - \cos^q(Y) \right]$$

$$\text{sendo } Y = \frac{\pi}{2}(1 - Dr)$$

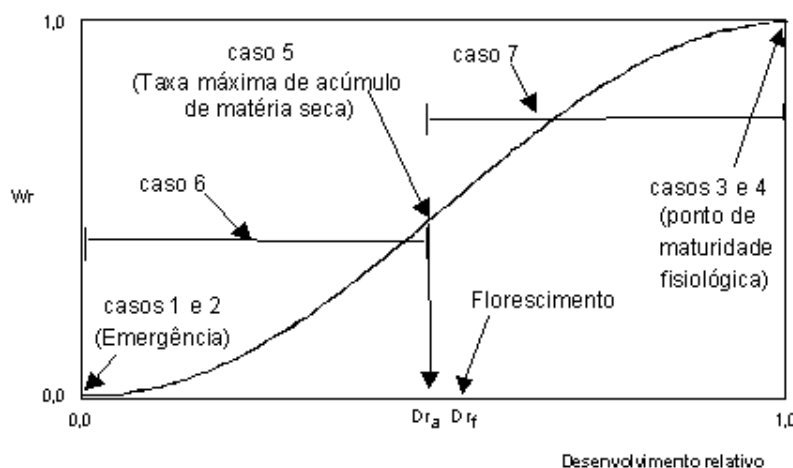


Figura 1 - Modelo do co-seno especificando os sete diferentes casos.

Para estimativa do fator de forma (q), através de análise de regressão não linear, utilizou-se o método iterativo de Newton-Raphson:

$$q_{k+1} = q_k - \frac{\sum_{i=1}^n (Wr_i X_i^{q_k} \ln X_i) - \sum_{i=1}^n (X_i^{2q_k} \ln X_i)}{\sum_{i=1}^n (Wr_i X_i^{q_k} \ln^2 X_i) - 2 \sum_{i=1}^n (X_i^{2q_k} \ln^2 X_i)}$$

$$X_i = \cos \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\}$$

Utilizou-se o procedimento de anamorfose para calcular o valor inicial do fator de forma q_0 :

$$q_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \ln(Wr_i + X_i)}{\sum_{i=1}^n \ln^2 X_i}$$

Para estimativa do desenvolvimento relativo da cultura referente à taxa máxima de acúmulo de matéria seca (Dr_a) e ao florescimento (Dr_f), foram derivadas as seguintes equações:

$$Dr_a = 1 - \frac{2}{\pi} \arctg\left(\frac{1}{\sqrt{q-1}}\right)$$

$$Dr_f = fDr_a \quad (0 < f < 1)$$

em que f é o fator empírico de conversão do desenvolvimento relativo referente à taxa máxima de acúmulo de matéria seca ao desenvolvimento relativo da cultura referente ao florescimento.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise de variância referente ao acúmulo de matéria seca de folha ([TABELA 3](#) e [TABELA 5](#)) e total ([TABELA 4](#) e [TABELA 5](#)), nos diferentes tratamentos, demonstrou que o modelo proposto pode ser utilizado para representar a variação temporal do acúmulo de matéria seca relativa. No intuito de extrapolar os resultados obtidos, com a finalidade de planejamento, utilizou-se o desenvolvimento relativo da cultura como variável independente.

TABELA 3 - Análise de variância (SQr: soma dos quadrados da regressão referente ao modelo do co-seno; SQe: soma dos quadrados dos erros; SQt: soma dos quadrados totais; GLr: graus de liberdade da regressão; GLe: graus de liberdade do erro; GLt: graus de liberdade totais; QMr: quadrado médio da regressão; QMe: quadrado médio do erro; e F: relação entre QMr e QMe – valor F) e de regressão (q : fator de forma da curva de acúmulo de matéria seca de folha - modelo do co-seno; e r : coeficiente de correlação) referente ao acúmulo de matéria seca de folha nos diferentes tratamentos (TABELA 1).

Parâmetros	Tratamento									
	F1	F2	F3	F4	C1	C2	A1	A2	A3	A4
Análise de variância										
SQr	1,3462	1,5267	0,7895	1,6800	1,1772	1,0261	1,1411	1,9782	1,0879	1,1703
SQe	0,0765	0,1655	0,0167	0,0524	0,0576	0,0226	0,0359	0,0514	0,0307	0,0579
SQt	1,4227	1,6922	0,8062	1,7324	1,2348	1,0487	1,1770	2,0296	1,1186	1,2282
GLr	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
GLe	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
GLt	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
QMr	1,3462	1,5267	0,7895	1,6800	1,1772	1,0261	1,1411	1,9782	1,0879	1,1703
QMe	0,0255	0,0552	0,0056	0,0175	0,0192	0,0075	0,0120	0,0171	0,0102	0,0193
F	52,8 ¹	27,7 ²	142,1 ¹	96,2 ¹	61,3 ¹	136,4 ¹	95,4 ¹	115,4 ¹	106,3 ¹	60,6 ¹
Análise de regressão										
q	1,6225	1,4656	2,1938	1,5651	1,8300	2,0554	1,8569	1,5881	1,9368	1,8166
erro padrão	0,4226	0,5915	0,2651	0,3538	0,4106	0,2884	0,3287	0,3885	0,3169	0,4088
r	0,897 ⁴	0,811 ⁴	0,953 ³	0,944 ³	0,919 ³	0,964 ³	0,944 ³	0,951 ³	0,952 ³	0,917 ³

¹ Significativo ao nível de 1% de probabilidade ($F_{0,01}=34,12$), ² Significativo ao nível de 5% de probabilidade ($F_{0,05}=10,13$), ³ Significativo ao nível de 1% de probabilidade ($r_{0,01}=0,917$), ⁴ Significativo ao nível de 5% de probabilidade ($r_{0,05}=0,811$).

TABELA 4 - Análise de variância (SQr: soma dos quadrados da regressão referente ao modelo do co-seno; SQe: soma dos quadrados dos erros; SQt: soma dos quadrados totais; GLr: graus de liberdade da regressão; GLe: graus de liberdade do erro; GLt: graus de liberdade totais; QMr: quadrado médio da regressão; QMe: quadrado médio do erro; e F: relação entre QMr e QMe – valor F) e de regressão (q: fator de forma da curva de acúmulo de matéria seca de folha - modelo do co-seno; e r: coeficiente de correlação) referente ao acúmulo de matéria seca total nos diferentes tratamentos (TABELA 1).

Parâmetros	Tratamento									
	F1	F2	F3	F4	C1	C2	A1	A2	A3	A4
Análise de variância										
SQr	0,4892	0,9884	0,3142	0,6722	0,4520	0,3509	0,4142	0,6938	0,3509	0,4599
SQe	0,0056	0,0502	0,0078	0,0096	0,0042	0,0016	0,0016	0,0124	0,0016	0,0048
SQt	0,4948	1,0386	0,3220	0,6818	0,4562	0,3525	0,4158	0,7062	0,3525	0,4647
GLr	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
GLe	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
GLt	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
QMr	0,4892	0,9884	0,3142	0,6722	0,4520	0,3509	0,4142	0,6938	0,3509	0,4599
QMe	0,0019	0,0167	0,0026	0,0032	0,0014	0,0005	0,0005	0,0041	0,0005	0,0016
F	260,2 ¹	59,0 ¹	121,0 ¹	210,8 ¹	322,3 ¹	663,9 ¹	761,4 ¹	167,7 ¹	663,9 ¹	287,6 ¹
Análise de regressão										
q	3,2629	2,2681	4,0243	2,8604	3,5021	3,9913	3,6607	2,6871	3,9913	3,4055
erro padrão	0,2414	0,4768	0,3685	0,2692	0,2272	0,1645	0,1495	0,2855	0,1645	0,2345
r	0,983 ²	0,935 ²	0,961 ²	0,981 ²	0,988 ²	0,994 ²	0,995 ²	0,974 ²	0,994 ²	0,986 ²

¹ Significativo ao nível de 1% de probabilidade ($F_{0,01}=34,12$), ² Significativo ao nível de 1% de probabilidade ($r_{0,01}=0,917$).

TABELA 5 - Análise de variância (SQ: soma dos quadrados; GL: graus de liberdade; QM: quadrado médio; e F: valor F) referente ao acúmulo de matéria seca de folha e total considerando todos os tratamentos em conjunto.

Fonte de variação	Matéria seca de folha				Matéria seca total			
	SQ	GL	QM	F	SQ	GL	QM	F
Regressão	1,326501	1	1,326501	69,9 ¹	0,491410	1	0,491410	616,7 ¹
Erro	0,056899	3	0,018966		0,002390	3	0,000797	
Total	1,3834000	4			0,493800	4		

¹ Significativo ao nível de 1% de probabilidade ($F_{0,01}=34,12$)

Considerando todos os tratamentos em conjunto, obteve-se as seguintes equações (significativo ao nível de 1% de probabilidade) referentes ao acúmulo de matéria seca de folha (TABELA 5):

$$Wr_i = \cos^{1,6614} \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\}, (r = 0,923)$$

e ao acúmulo de matéria seca total:

$$Wr_i = \cos^{3,3179} \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\}, (r = 0,993)$$

Os valores médios de desenvolvimento relativo da cultura de feijão referentes à taxa máxima de acúmulo de matéria seca, ao florescimento e à soma calórica foram 0,43; 0,51 ($f=1,17$) e 818,8^oC.dia, respectivamente.

CONCLUSÃO

O modelo sugerido pode ser utilizado para representar a variação temporal do acúmulo de matéria seca, bem como para prever as épocas do florescimento e do ponto de maturidade fisiológica da cultura de feijão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- COSTA, A.F.S. da. Influência das condições climáticas no crescimento e desenvolvimento de Plantas de Feijão (*Zea mays* L.), avaliadas em diferentes épocas de plantio. Viçosa, 1994. 109p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Viçosa. [[Links](#)]
- FANCELLI, A.L. Fenologia e exigências climáticas do feijoeiro. In: FANCELLI, A.L.; DOURADO NETO, D. (Ed.) **Feijão irrigado**. 3.ed. Piracicaba: ESALQ/USP, 1992. p.5-22 [[Links](#)]
- GOUDRIAAN, J.; LAAR, H.H. van **Modelling potential crop growth processes**: textbook with exercises. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994. 238p. (Current Issues in Production Ecology, 2). [[Links](#)]
- LIMA, M.G. Calibração e validação do modelo Ceres-Maize em condições tropicais do Brasil. Piracicaba, 1995. 119p. Tese (Doutorado) – Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo. [[Links](#)]
- MEIRELLES, N.M.F.; LIBARDI, P.L.; REICHARDT, K. Absorção e lixiviação de nitrogênio em cultura de feijão. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v.4, p.83-88, 1980. [[Links](#)]
- PEREIRA, A.R.; MACHADO, E.C. **Análise quantitativa do crescimento de comunidade vegetal**. Campinas: Instituto Agrônômico, 1987. 33p. (Boletim Técnico, 114). [[Links](#)]

Recebido para publicação em 21.01.98

Aceito para publicação em 23.06.99

¹Parte da Tese de Doutorado do primeiro autor apresentada à ESALQ/USP - Piracicaba, SP.



USP/ESALQ - Scientia Agricola
Av. Pádua Dias, 11
13418-900 Piracicaba SP Brazil
Tel.: +55 19 3429-4401 / 3429-4486
Fax: +55 19 3429-4401


scientia@usp.br