

# MODELOS MATEMÁTICOS-FISIOLÓGICOS PARA ESTIMAR MATÉRIA SECA DA PARTE AÉREA E PRODUTIVIDADE DE GRÃOS DE MILHO

## MATHEMATICAL AND PHYSIOLOGICAL MODELS FOR PLANT DRY MATTER AND PRODUCTIVITY ESTIMATION IN MAIZE

DOURADO NETO, Durval<sup>1,8</sup>; NASS, Luciano L.<sup>2</sup>; MANFRON, Paulo A.<sup>3</sup>; MEDEIROS, Sandro L. P.<sup>4</sup>; PILAU, Felipe G.<sup>5</sup>; OHSE, Silvana<sup>6</sup>; BONNECARRÈRE, Reinaldo A. G.<sup>7,8</sup>

### RESUMO

Com o objetivo de apresentar modelos matemáticos-fisiológicos para estimar o acúmulo de matéria seca dos diferentes órgãos da parte aérea e produtividade de grãos de milho, foi realizado um experimento de campo, num solo classificado como NITOSSOLO VERMELHO Eutroférico, na área da Universidade de São Paulo, em Piracicaba-SP, utilizando diferentes híbridos (C-901, C-333-B, C-8060), em delineamento inteiramente casualizado com três repetições. Os modelos foram utilizados para descrever a relação funcional entre a matéria seca relativa de diferentes órgãos e desenvolvimento relativo da cultura de milho. Os valores relativos foram utilizados no intuito de tornar possível a extrapolação dos resultados. O modelo proposto pode ser utilizado para estimar com precisão a ordem de grandeza do acúmulo de fitomassa seca dos diversos órgãos da parte aérea da planta, bem como para prever a produtividade de grãos de milho.

**Palavras-chave:** *Zea mays*, modelagem, fitotecnia.

### INTRODUÇÃO

A proposição dos modelos é justificável por se tratarem de uma importante ferramenta no planejamento de um sistema agrícola. Tais definições racionalizam a produção permitindo maior aproveitamento dos recursos naturais, favorecendo o planejamento de atividades ao nível de propriedade e o zoneamento agrícola ao nível de região (FANCELLI & DOURADO-NETO, 1999).

A importância da utilização de modelos matemáticos-fisiológicos é a organização do conhecimento que possibilita caracterizar o que deve ser mensurado, definir a ordem de grandeza (quantificação) do que se deseja estimar (dependente de algum processo fisiológico) e identificar necessidade de estudo para evolução do conhecimento científico no intuito de haver alguma aplicação prática.

Os modelos matemáticos-fisiológicos podem ser determinísticos ou estocásticos. Tais modelos de cultivo auxiliam o pesquisador a entender a operação de alguma parte de um sistema de interesse (WHISLER et al., 1986; THORNLEY & JOHNSON, 1990). Nos modelos determinísticos, a informação sobre os parâmetros de entrada

é representada por meio de estimativas pontuais tais como média ou mediana, sem considerar a incerteza a elas associadas. Requerem menor esforço computacional e algoritmos mais simples e fornecem estimativas também pontuais para os resultados do modelo. Na maioria das situações, existe alto grau de incerteza sobre os parâmetros de entrada, o que torna esse tipo de modelo pouco útil para previsões e subsídios para tomadas de decisão. No entanto, são importantes ferramentas para entendimento dos processos envolvidos (THORNLEY & JOHNSON, 1990; BROWN & ROTHERY, 1993). O efeito de variações nos valores pontuais dos parâmetros de entrada sobre os resultados do modelo indica que tipo de informação é crucial para a obtenção de estimativas confiáveis. Um modelo de simulação é dito estocástico se algum dos processos envolvidos são modelados utilizando ferramentas probabilísticas ou se um ou mais dos seus parâmetros de entrada são tratados como variáveis aleatórias. No primeiro caso, os modelos são estritamente estocásticos. No segundo caso, o caráter estocástico é incorporado através da análise de incertezas. Sendo assim, as incertezas associadas a cada um dos parâmetros-chave são representadas por distribuições de probabilidade (THORNLEY & JOHNSON, 1990; PECHER & HAHN, 1999).

A produtividade de grãos em milho é função da temperatura do ar, da radiação incidente e de suas correspondentes eficiências de interceptação e de conversão, bem como da partição de fotoassimilados às diferentes partes da planta, tais como raiz, folha, colmo e órgãos reprodutivos (ANDRADE, 1995).

A produtividade biológica é comumente determinada pela produção de matéria seca total da planta, a qual está estritamente relacionada aos processos de fotossíntese e de respiração durante as fases vegetativa e reprodutiva da cultura de milho (FANCELLI & DOURADO-NETO, 1999).

A redução na produtividade de milho, nas mais variadas condições, está associada à duração do período de enchimento de grãos, que afeta a densidade do grão. Em regime de elevadas temperaturas diurnas (superior a 35°C) e noturnas (superior a 24°C), a taxa de acúmulo de matéria seca nos grãos e a duração do período de enchimento são

<sup>1</sup> Engenheiro Agrônomo, Dr., Prof. Departamento de Produção Vegetal. Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz". USP. Caixa Postal 9. CEP 13418-900 Piracicaba, SP. [dourado@esalq.usp.br](mailto:dourado@esalq.usp.br).

<sup>2</sup> Embrapa Recursos Genéticos e Biotecnologia, PqEB W5N, CEP 70770-900, Brasília, DF. [lnass@cenargen.embrapa.br](mailto:lnass@cenargen.embrapa.br).

<sup>3</sup> Departamento de Fitotecnia. Universidade Federal de Santa Maria. CCR, UFSM. Santa Maria, RS. 97105-900. [manfronp@ccr.ufsm.br](mailto:manfronp@ccr.ufsm.br).

<sup>4</sup> Engenheiro Agrônomo, MSc. Doutorando em Física do Ambiente Agrícola, ESALQ/USP. [fgpila@esalq.usp.br](mailto:fgpila@esalq.usp.br).

<sup>5</sup> Engenheiro Agrônomo, Dr. Pesquisadora em Ciências Agrônômicas. Dep. de Engenharia Rural. Universidade Federal de Santa Catarina

<sup>7</sup> Engenheiro Agrônomo, MSc. Doutorando em Fitotecnia, ESALQ/USP. [rabonnet@esalq.usp.br](mailto:rabonnet@esalq.usp.br)

<sup>8</sup> Bolsista CNPq

reduzidos. Tal período poderá ser encurtado em função do suprimento de sacarose das folhas, provocado pela desfolha ou pela elevação do nível de estresse imposto à planta (AFUAKWA et al., 1984).

O número de grãos por planta constitui um importante componente do rendimento da cultura, o qual é influenciado por eventos ocorridos entre a emissão da quarta e da décima folha, além daqueles evidenciados no florescimento (fecundação). Em áreas tropicais, o número de grãos por planta e a densidade do grão, normalmente, concorrem para as maiores oscilações de produtividade. O maior número de grãos possíveis é função da população e do número de espigas por planta (prolificidade). Erroneamente, valoriza-se, em demasia, o tamanho da espiga, conferindo a esse componente acentuado peso na definição do potencial produtivo. Todavia, reconhece-se que a planta de milho por não possuir capacidade compensatória efetiva, o tamanho da espiga muito pouco contribuirá para a definição de maior produtividade quando o número de espigas presentes na área for pequeno (BARROS, 1998).

A maximização da produção dependerá da população, que será função da capacidade suporte do meio e do sistema de produção adotado; do índice e da duração da área foliar fotossinteticamente ativa; da época de semeadura, bem como da adequada distribuição espacial de plantas na área, em conformidade com as suas características genotípicas (BOOTE et al., 1996; CHEN & FONSECA, 1980).

O presente trabalho tem por objetivo apresentar modelos matemáticos-fisiológicos que possam ser utilizados para estimar o acúmulo de matéria seca e a produtividade de grãos de milho de forma extrapolável.

## MATERIAL E MÉTODOS

Para determinar a variação da matéria seca durante o ciclo da cultura de milho e estimar o rendimento de grãos foi realizado um experimento inteiramente casualizado, com três repetições, na área experimental da ESALQ, USP, em Piracicaba, SP (22°42' S, 47°38' W e 546 m de altitude). A semeadura foi realizada em 20 de outubro de 1997, utilizando-se três híbridos comerciais (C-901, C-333-B e C-806), em um solo classificado como NITOSSOLO VERMELHO Eutroférrico. A colheita foi realizada em 11 de março de 1998. As parcelas constaram de 3,6 m de largura (4 linhas com espaçamento de 0,9 m) com 30 m de comprimento. Cada híbrido ocupou 108 m<sup>2</sup> por repetição (324 m<sup>2</sup> por híbrido). Foram utilizadas as populações de 60.000, 50.000 e 50.000 plantas ha<sup>-1</sup> para os híbridos comerciais C-901, C-333-B e C-806, respectivamente.

Para a determinação da matéria seca, foram coletadas 15 plantas por híbrido (5 plantas por repetição) por época (sete épocas de coleta para análise de crescimento referentes aos híbridos C-901 e C-806; oito para C-333-B). Em função da grande quantidade de plantas coletadas, procedeu-se inicialmente a pré-secagem dos diferentes órgãos da planta no interior da casa-de-vegetação do Departamento de Produção Vegetal. Posteriormente, procedeu-se a secagem utilizando o método padrão de estufa com circulação de ar forçado e temperatura regulada para 60°C.

A fenologia foi observada diariamente e a análise de crescimento foi realizada em intervalos de 15 dias. O desenvolvimento relativo da cultura foi computado desde a

emergência até o ponto de maturidade fisiológica através das seguintes equações:

$$Dr_n = \frac{\sum_{i=1}^n (T_i - T_b)}{It}, \text{ se } (T_b \leq T_i \leq T_m) \quad (0 \leq Dr_n \leq 1) \quad (i, n \in \mathbb{N}) \quad (1)$$

$$T_i = \frac{T_{max_i} + T_{min_i}}{2} \quad (2)$$

em que  $Dr_n$  refere-se ao desenvolvimento relativo acumulado da cultura até o n-ésimo dia após a emergência,  $T_i$  à temperatura média do ar (°C) (se  $T_i > T_m$ , faz-se  $T_i = T_m$  para efeito de cálculo),  $T_{max_i}$  e  $T_{min_i}$  às temperaturas (°C) máxima e mínima do ar,  $It$  ao índice térmico (°C.dia),  $T_b$  e  $T_m$  às temperaturas basal inferior (10°C) e superior (30°C) da cultura no i-ésimo dia após a emergência, respectivamente.

Foram descritas assunções para obtenção do modelo do cosseno (Tabela 1), sendo que esse modelo foi proposto para prever a variação temporal diária da matéria seca relativa total ( $Wr_i$ ) da parte aérea da planta:

$$Wr_i = \cos^q \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\} \quad (q \in \mathbb{R} / q > 2) \quad (3)$$

sendo que:

$$Wr_i = \frac{W_i}{W_m} \quad (4)$$

em que  $W_i$  e  $W_m$  se referem à matéria seca total, por unidade de área (kg m<sup>-2</sup>), da parte aérea no i-ésimo dia após a emergência e no ponto de maturidade fisiológica, respectivamente, e  $q$  ao fator de forma da curva de crescimento (Figura 1).

$$\frac{dWr}{dDr} = \frac{-q\pi}{2} \cos^{(q-1)}(Y) \text{sen}(Y) \quad (5)$$

$$\frac{d^2 Wr}{dDr^2} = \frac{q\pi^2}{4} \left[ (q-1) \cos^{(q-2)}(Y) \text{sen}^2(Y) - \cos^q(Y) \right] \quad (6)$$

sendo

$$Y = \frac{\pi}{2} (1 - Dr) \quad (7)$$

Para estimar o fator de forma ( $q$ ), através de análise de regressão não linear, utilizou-se o método iterativo de Newton-Raphson, devido a impossibilidade de obtenção de uma solução analítica (BARROS, 1976; MIRSHAWKA, 1989):

$$q_{k+1} = q_k - \frac{\sum_{i=1}^n (Wr_i X_i^{q_k} \ln X_i) - \sum_{i=1}^n (X_i^{2q_k} \ln X_i)}{\sum_{i=1}^n (Wr_i X_i^{q_k} \ln^2 X_i) - 2 \sum_{i=1}^n (X_i^{2q_k} \ln^2 X_i)} \quad (8)$$

$$X_i = \cos \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\} \quad (9)$$

No intuito de obter um menor número de iterações, utilizou-se o procedimento de anamorfose (ou procedimento de linearização) para calcular o valor inicial do fator de forma  $q_0$  (BARROS, 1976; MIRSHAWKA, 1989):

$$q_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \ln(Wr_i + X_i)}{\sum_{i=1}^n \ln^2 X_i} \quad (10)$$

Tabela 1 - Assunções para obtenção do modelo do cosseno.

| Caso | Condição                                                                                      | Descrição                                                                                                                                                                                                                               |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | se $Dr=0 \Rightarrow Wr=0$                                                                    | No instante da emergência ( $Dr=0$ ), não há acúmulo de matéria seca da parte aérea ( $Wr=0$ ) e a taxa de acúmulo de matéria seca é desprezível ( $\frac{dWr}{dDr} = 0$ )                                                              |
| 2    | Se $Dr=0 \Rightarrow \frac{dWr}{dDr} = 0$                                                     |                                                                                                                                                                                                                                         |
| 3    | se $Dr=1 \Rightarrow Wr=1$                                                                    | No ponto de maturidade fisiológica ( $Dr=1$ ), o acúmulo de matéria seca é máximo ( $Wr=1$ ) e a taxa de acúmulo de matéria seca é nula ( $\frac{dWr}{dDr} = 0$ )                                                                       |
| 4    | Se $Dr=1 \Rightarrow \frac{dWr}{dDr} = 0$ <sup>1</sup>                                        |                                                                                                                                                                                                                                         |
| 5    | se $0 < Dr < 1 \Rightarrow \frac{d^2Wr}{dDr^2} = 0$ <sup>2</sup>                              | Durante o ciclo da cultura ( $0 < Dr < 1$ ), a variação temporal do acúmulo de matéria seca apresenta comportamento sigmoidal. Existe, portanto, um único ponto de máxima taxa de acúmulo de matéria seca ( $\frac{d^2Wr}{dDr^2} = 0$ ) |
| 6    | se $0 < Dr < Dr_f \left( \frac{d^2Wr}{dDr^2} = 0 \right) \Rightarrow \frac{d^2Wr}{dDr^2} > 0$ |                                                                                                                                                                                                                                         |
| 7    | Se $Dr \left( \frac{d^2Wr}{dDr^2} = 0 < Dr < 1 \right) \Rightarrow \frac{d^2Wr}{dDr^2} < 0$   |                                                                                                                                                                                                                                         |

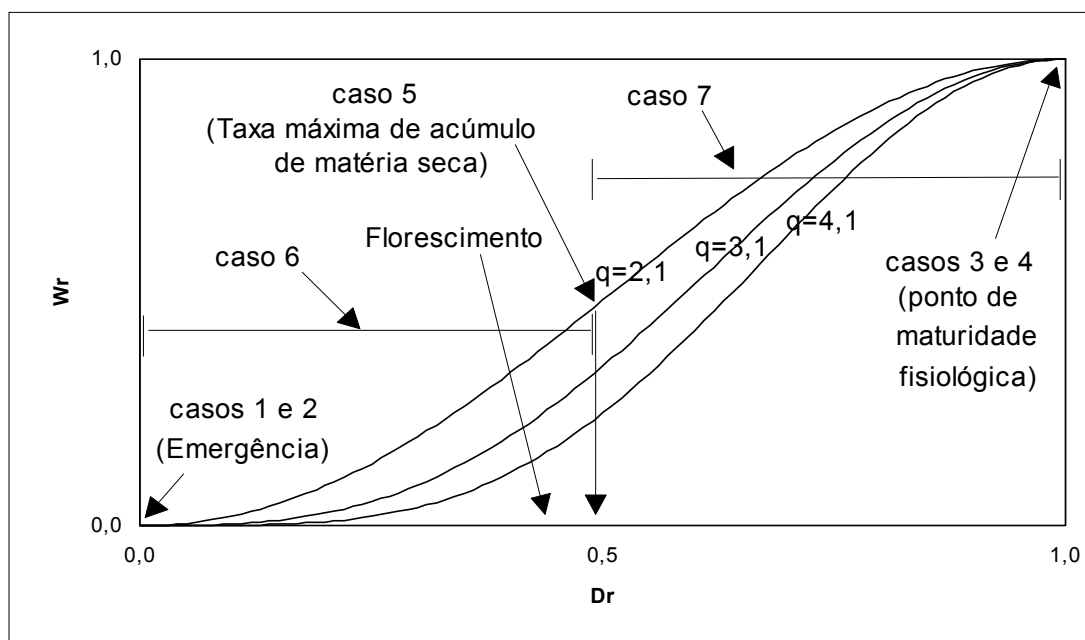


Figura 1 - Modelo do cosseno para três diferentes fatores de forma (q) especificando os sete diferentes casos.

Para estimativa do desenvolvimento relativo da cultura referente à taxa máxima de acúmulo de matéria seca ( $Dr_a$ , kg m<sup>-2</sup> dia<sup>-1</sup>) e ao florescimento ( $Dr_f$ , kg m<sup>-2</sup> dia<sup>-1</sup>), foram utilizadas as seguintes equações:

$$Dr_a = 1 - \frac{2}{\pi} \arctg \left( \frac{1}{\sqrt{q-1}} \right) \quad (11)$$

$$Dr_f = f Dr_a \quad (0 < f < 1) \quad (12)$$

em que f é o fator empírico de conversão do desenvolvimento relativo referente à taxa máxima de acúmulo de matéria seca

ao desenvolvimento relativo da cultura referente ao florescimento; logo os modelos extrapoláveis propostos para estimativa da matéria seca da cultura de milho foram os seguintes (Equações 13 e 14):

$$Vr_i = \cos^{(pDr_i+q)} \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\} \quad (13)$$

$$Ur_i = \cos^a \left\{ \frac{\pi}{2} \left( 1 - \left[ \frac{Dr_i}{Dr_m} \right]^b \right) \right\} \quad (14)$$

em que Dr se refere ao desenvolvimento relativo; Vr ao valor relativo de matéria seca de colmo, espiga e parte aérea

(modelo proposto);  $Ur$  ao valor relativo de matéria seca da folha e pendão (modelo proposto);  $a$ ,  $b$ ,  $p$ ,  $q$  e  $Dr_m$  aos parâmetros empíricos obtidos por de análise de regressão não linear.

A dedução dos modelos (tipos I e II) referentes à variação de matéria seca relativa e do índice relativo de área foliar, em função do desenvolvimento relativo da cultura de milho, expressam matematicamente o conhecimento do fenômeno para fins de previsão com erro de estimativa associado. Os valores relativos foram concebidos no intuito de tornar possível a extrapolação dos resultados obtidos no experimento descrito no presente trabalho.

No modelo (tipo I) avaliou-se a variação de matéria seca relativa do colmo, espiga e parte aérea. Em função do prévio conhecimento do fenômeno a ser modelado, concebeu-se o seguinte modelo (tipo I) básico:

$$Vr_i = \cos \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\} \quad (15)$$

em que  $Dr_i$  se refere ao desenvolvimento relativo da cultura e  $Vr_i$  ao valor relativo de matéria seca do colmo, espiga e parte aérea no  $i$ -ésimo dia após a emergência.

Os valores extremos previamente conhecidos podem ser facilmente verificados, ou seja, (i) quando o desenvolvimento relativo é nulo ( $Dr_i = 0$ ), na emergência (estádio fenológico 0), o valor relativo de matéria seca do colmo, da espiga e da parte aérea é considerado desprezível ( $Vr_i = 0$ ); (ii) quando o desenvolvimento relativo é máximo ( $Dr_i = 1$ ), no ponto de maturidade fisiológica (estádio fenológico 10), o valor relativo de matéria seca do colmo, da espiga e da parte aérea é considerado máximo ( $Vr_i = 1$ ). Sendo assim, foram inseridos os fatores empíricos de forma ( $p$  e  $q$ ) da curva referente à variação de matéria seca relativa e do índice relativo de área foliar em função do desenvolvimento relativo da cultura de milho, obtendo-se assim o seguinte modelo:

$$Vr_i = \cos^{(qDr_i+p)} \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\} \quad (16)$$

em que ' $p$ ' e ' $q$ ' se referem aos parâmetros empíricos adimensionais obtidos por meio de análise de regressão não linear minimizando-se a soma dos quadrados dos desvios.

O modelo (tipo I) ainda contempla as seguintes hipóteses básicas: (i) a matéria seca relativa, em função do desenvolvimento relativo da cultura, é uma função estritamente crescente; (ii) a taxa de acúmulo é nula na emergência (estádio 0) e no ponto de maturidade fisiológica (estádio 10); e (iii) a máxima taxa de acúmulo ocorre durante o ciclo da cultura entre a emergência e o ponto de maturidade fisiológica (função sigmoidal).

Para verificação das hipóteses básicas tem-se que:

$$\frac{dVr_i}{dDr_i} = q \frac{\pi}{2} \sin \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\} \cos^{(qDr_i+p)} \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\} \quad (17)$$

Para derivação da máxima taxa de acúmulo de matéria seca, referente ao desenvolvimento relativo da cultura, tem-se que:

$$\frac{d^2 Vr_i}{dDr_i^2} = 0 \quad (18)$$

sendo que:

$$\frac{d^2 Vr_i}{dDr_i^2} = -q \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 \left[ \cos^{(qDr_i+p)} \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\} \cos \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\} + q \sin^2 \left\{ \frac{\pi}{2} (1 - Dr_i) \right\} \right] \quad (19)$$

Procedimento análogo ao anterior foi utilizado para obtenção do modelo (tipo II) básico referente a variação da matéria seca relativa da folha e do pendão:

$$Ur_i = \cos \left\{ \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{Dr_i}{Dr_m} \right) \right\} \quad (20)$$

em que  $Ur_i$  se refere ao valor relativo de matéria seca da folha e do pendão no  $i$ -ésimo dia após a emergência (cabe salientar que os valores de  $Dr_m$  são diferentes para folha e pendão).

Os valores extremos previamente conhecidos podem ser facilmente verificados, ou seja, (i) quando o desenvolvimento relativo é nulo ( $Dr_i = 0$ ), na emergência (estádio fenológico 0), o valor relativo de matéria seca da folha e do pendão também é considerada desprezível ( $Ur_i = 0$ ); (ii) numa determinada fase do ciclo, o desenvolvimento relativo ( $Dr_i = Dr_m$ ) é correspondente ao máximo valor relativo de matéria seca da folha e do pendão ( $Ur_i = 1$ ); e (iii) quando o desenvolvimento relativo é máximo ( $Dr_i = 1$ ), no ponto de maturidade fisiológica (estádio fenológico 10), o valor relativo de matéria seca da folha e do pendão decaem ( $0 < Ur_i < 1$ ).

Sendo assim, foram inseridos os fatores empíricos de forma ( $Dr_m$ ,  $a$  e  $b$ ) da curva referente à variação de matéria seca relativa da folha e do pendão e do índice relativo de área foliar em função do desenvolvimento relativo da cultura de milho, obtendo-se assim o seguinte modelo:

$$Ur_i = \cos^a \left\{ \frac{\pi}{2} \left( 1 - \left[ \frac{Dr_i}{Dr_m} \right]^b \right) \right\} \quad (21)$$

em que  $Dr_m$ ,  $a$  e  $b$  se referem aos parâmetros empíricos adimensionais obtidos por de análise de regressão não linear minimizando-se a soma dos quadrados dos desvios.

O modelo (tipo II) contempla as seguintes hipóteses básicas: (i) a matéria seca em função do desenvolvimento relativo da cultura, é uma função estritamente crescente até o desenvolvimento relativo  $Dr_m$ , (valor relativo máximo referente à matéria seca), com posterior decréscimo até o ponto de maturidade fisiológica; (ii) a taxa de acúmulo é nula na emergência (estádio 0) e no desenvolvimento relativo  $Dr_m$ ; (iii) a taxa de acúmulo é negativa no ponto de maturidade fisiológica (estádio 10); e (iv) a máxima taxa de acúmulo ocorre durante o ciclo da cultura entre a emergência e o desenvolvimento relativo  $Dr_m$  (função sigmoidal).

Analogamente ao procedimento anterior (equações 15 a 19), para verificação das hipóteses do modelo, tem-se:

$$\frac{dUr_i}{dDr_i} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a \cdot b}{Dr_m^a} Dr_i^{(a-1)} \cdot \cos^{(b-1)} \left\{ \frac{\pi}{2} \left( 1 - \left[ \frac{Dr_i}{Dr_m} \right]^b \right) \right\} \cdot \sin \left\{ \frac{\pi}{2} \left( 1 - \left[ \frac{Dr_i}{Dr_m} \right]^b \right) \right\} \quad (22)$$

Sendo assim, o ponto de inflexão ocorre quando (máxima taxa de acúmulo de matéria seca da folha e do pendão, em função do desenvolvimento relativo da cultura):

$$\frac{d^2 Ur_i}{dDr_i^2} = Y b \left[ (a-1) Dr_i^{(a-2)} Z^{(b-1)} \cdot X + Y \cdot Dr_i^{(2a-2)} \left[ (b-1) Z^{(b-2)} \cdot X^2 - Z^b \right] \right] = 0 \quad (23)$$

em que:

$$X = \sin \{W\} \quad (24)$$

$$Z = \cos \{W\} \quad (25)$$

$$W = \frac{\pi}{2} \left( 1 - \left[ \frac{Dr_i}{Dr_m} \right]^b \right)^a \quad (26)$$

$$Y = \frac{\pi \cdot a}{2 \cdot Dr_m^a} \quad (27)$$

Para estimativa do rendimento tem-se o seguinte modelo:

$$R = P \cdot Pr \cdot Fe \cdot Gf \cdot \frac{Mg}{1000} \quad (28)$$

em que 'R' se refere ao rendimento de grãos (kg ha<sup>-1</sup>), 'P' à população de plantas (plantas ha<sup>-1</sup>), 'Pr' à prolificidade média (espigas planta<sup>-1</sup>), 'Fe' ao número médio de fileiras por espiga (fileiras espiga<sup>-1</sup>), 'Gf' ao número médio de grãos por fileira (grãos fileira<sup>-1</sup>) e 'Mg' à massa média do grão (g.grão<sup>-1</sup>).

Outro modelo qualitativo referente à estimativa de rendimento é de que, a rigor, tem-se inicialmente que estimar a produtividade da cultura numa condição edafoclimática supostamente representativa de uma propriedade ou região. Essa produtividade será limitada apenas pelo material genético e pela condição climática. Sendo assim, o rendimento será sempre inferior à produtividade ou, no máximo, igual (condição ideal de manejo), o qual pode assim ser definido:

$$R = (1-f) \cdot P \quad (29)$$

em que R se refere ao rendimento (kg ha<sup>-1</sup>), P à produtividade potencial (kg ha<sup>-1</sup>), e f ao fator adimensional redutor da produtividade potencial. A rigor, na prática (ao nível de propriedade), a produtividade potencial não é observável. Por outro lado, os modelos quantitativos existentes estimam o fator redutor de produtividade contemplando apenas algumas relações isoladas, e raramente as considera associadas.

O procedimento científico usual é estimar o efeito de uma interação de interesse isoladamente, mantendo as demais supostamente constantes e em condições ótimas. Por essa razão, a informação de pesquisa é sempre uma definição de ordem de grandeza. Por outro lado, apesar dessa limitação, o pesquisador deve explicitar os resultados de forma extrapolável utilizando, sempre que possível, grandezas intensivas (usualmente as grandezas intensivas são obtidas pela relação entre duas grandezas extensivas no intuito de extrapolar e/ou comparar resultados).

Para caracterizar a variação temporal do teor de água na semente botânica, utilizou-se o seguinte modelo:

$$u = a + bDAS + c \ln(DAS) + \frac{d}{DAS^{0.5}} + \frac{f \ln(DAS)}{DAS} \quad (71 \leq DAS \leq 133) \quad (30)$$

em que a, b, c, d e f se referem aos parâmetros empíricos do modelo, u, ao teor de água a base de massa (g por 100g) base úmida), e DAS o número de dias após a semeadura.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os modelos explanatórios (modelos estritamente estatísticos) foram obtidos no intuito de se obter curvas referentes à cultura de milho que melhor minimizam a soma dos quadrados dos desvios. Para tal, adotou-se a soma térmica (GD, °C.dia) da cultura como variável independente e a matéria seca (colmo, folha, pendão, espiga) como variável dependente. O modelo estritamente estatístico é limitado pela sua concepção (extrapolação limitada), e a sua aplicabilidade é restrita a explicar apenas os dados observados ou prever processos ou valores de atributos em condições similares às condições estudadas.

O presente modelo (modelo universal tipos I e II) é utilizável em agricultura irrigada (quando não ocorre deficiência hídrica). Foram selecionados três híbridos comerciais com boa faixa de variação de soma térmica referente ao florescimento, pois a pesquisa tem como função básica estabelecer procedimentos válidos e definir a ordem de grandeza dos valores de interesse, os quais devem ser ajustados para cada caso específico. Apesar das limitações existentes, a soma térmica é uma importante ferramenta para definição da época de semeadura e do híbrido a ser utilizado.

Em agricultura irrigada e em regiões de clima tropical, define-se a época de semeadura e a época de florescimento para cada híbrido segundo a sua adaptação às condições climáticas locais, sendo escolhido o híbrido que floresce mais próximo do número ideal de dias previamente definido. A definição de população e distribuição (espaçamento entre fileiras) de plantas é dependente da arquitetura da planta e, principalmente, da fertilidade do solo. Por sua vez, em agricultura de sequeiro, a definição da população e distribuição de plantas, época de semeadura e híbrido, dependem basicamente do nível de estresse híbrido na época do florescimento (cerca de 10 a 15 dias antes e depois do estágio 5).

A Figura 2 ilustra a variação dos vários caracteres estudados em função do desenvolvimento relativo (Dr) da cultura de milho, isto é, a magnitude dos desvios (resíduos) entre os valores estimados pelo modelo universal e os observados em função do desenvolvimento relativo da cultura de milho. Para estimativa da matéria seca das diferentes partes da planta de milho, foram concebidos dois modelos (tipo I e tipo II), cujos dados obtidos são apresentados nas Tabelas 2 a 11. O modelo tipo I foi proposto para estimar a matéria seca relativa do colmo, espiga e parte aérea. O modelo tipo II foi utilizado para estimar a matéria seca relativa da folha e do pendão. A matéria seca da parte aérea é calculada pela soma de matéria seca do colmo, folha, pendão e espiga.

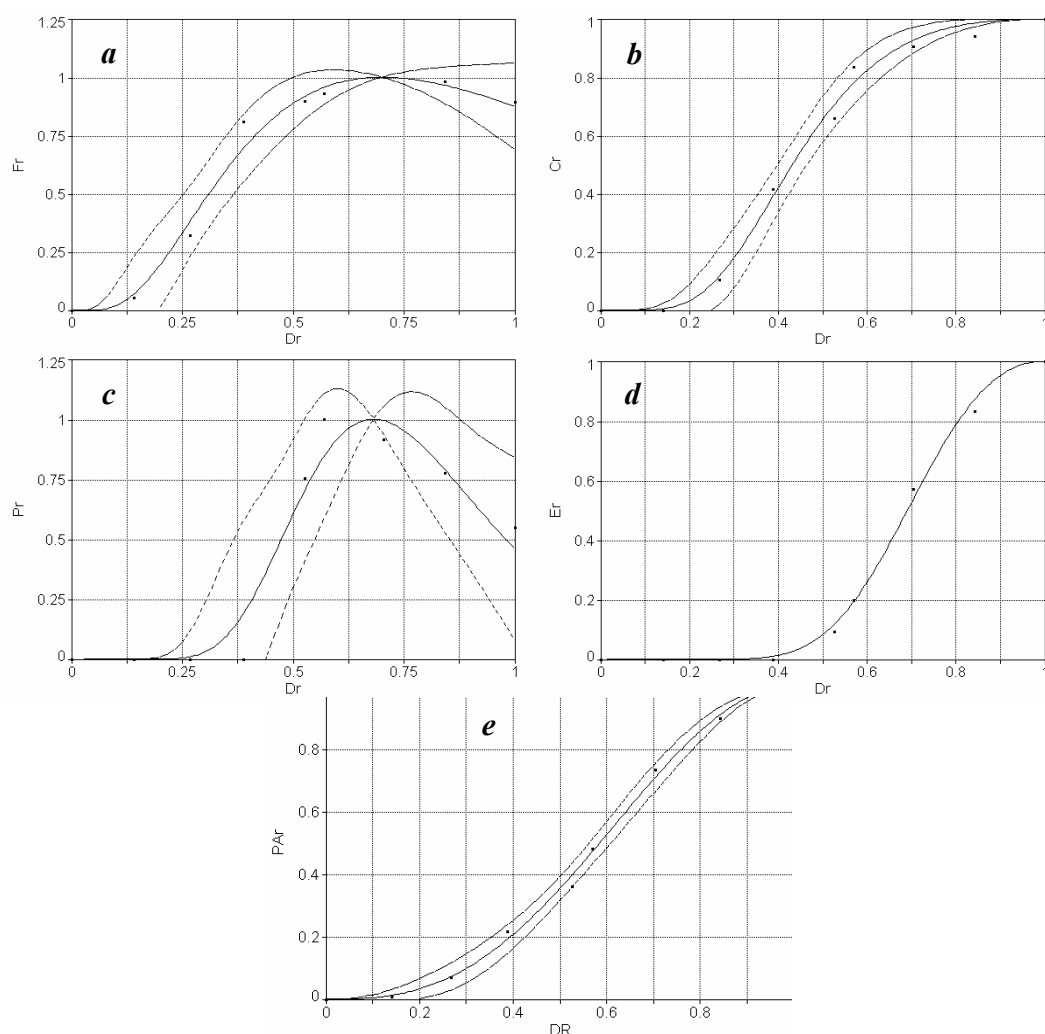


Figura 2 - Valores médios observados e estimados de matéria seca relativa de (a) folha (Fr) (modelo universal tipo II); (b) colmo (Cr) (modelo universal tipo I); (c) pendão (Pr) (modelo universal tipo II); (d) espiga (Er) (modelo universal tipo I) e (e) parte aérea (PAR) (modelo universal tipo I) em função do desenvolvimento relativo (Dr) da cultura de milho. As curvas externas (inferior e superior) ilustram o intervalo de confiança com 99% de probabilidade.

Tabela 2 - Parâmetros do modelo (equação 14) referentes à variação relativa de matéria seca do pendão em função do desenvolvimento relativo da cultura de milho.

| Parâmetro | Valor      | s             | valor t | Limite de confiança (99%) |               |
|-----------|------------|---------------|---------|---------------------------|---------------|
|           |            |               |         | Inferior                  | Superior      |
| $Dr_m$    | 0,681      | 0,032         | 21,229  | 0,562                     | 0,800         |
| a         | 334761,264 | 138661000,000 | 0,002   | -513770000,000            | 514443000,000 |
| b         | 0,004      | 0,737         | 0,005   | -2,730                    | 2,737         |

Tabela 3 - Valores observados e estimados relativos de matéria seca do pendão (Pr) em função do desenvolvimento relativo (Dr) da cultura de milho.

| Dr    | Pr        |          | Resíduo  |             | Limite de confiança (95%) |          |
|-------|-----------|----------|----------|-------------|---------------------------|----------|
|       | Observado | Estimado | Absoluto | Relativo, % | Inferior                  | Superior |
| 0,142 | 0,000     | 0,000    | 0,000    | 0,000       | -0,422                    | 0,422    |
| 0,268 | 0,000     | 0,011    | -0,011   | 0,000       | -0,425                    | 0,446    |
| 0,389 | 0,000     | 0,194    | -0,194   | 0,000       | -0,379                    | 0,766    |
| 0,526 | 0,754     | 0,706    | 0,048    | 6,409       | 0,190                     | 1,222    |
| 0,570 | 1,000     | 0,846    | 0,154    | 15,355      | 0,351                     | 1,342    |
| 0,704 | 0,915     | 0,995    | -0,079   | -8,647      | 0,569                     | 1,420    |
| 0,843 | 0,776     | 0,788    | -0,012   | -1,595      | 0,292                     | 1,284    |

Tabela 4 - Parâmetros do modelo (equação 13) referentes à variação relativa de matéria seca do colmo em função do desenvolvimento relativo da cultura de milho.

| Parâmetro | Valor  | s     | valor t | Limite de confiança (99%) |          |
|-----------|--------|-------|---------|---------------------------|----------|
|           |        |       |         | Inferior                  | Superior |
| p         | -2,881 | 0,590 | -4,884  | -4,946                    | -0,817   |
| q         | 1,639  | 0,255 | 6,435   | 0,748                     | 2,530    |

Tabela 5 - Valores observados e estimados relativos de matéria seca do colmo (Cr) em função do desenvolvimento relativo (Dr) da cultura de milho.

| Dr    | Cr        |          | Resíduo  |             | Limite de confiança (95%) |          |
|-------|-----------|----------|----------|-------------|---------------------------|----------|
|       | Observado | Estimado | Absoluto | Relativo, % | Inferior                  | Superior |
| 0,142 | 0,000     | 0,006    | -0,006   | 0,000       | -0,120                    | 0,131    |
| 0,268 | 0,103     | 0,120    | -0,017   | -16,327     | -0,038                    | 0,278    |
| 0,389 | 0,415     | 0,393    | 0,022    | 5,398       | 0,242                     | 0,544    |
| 0,526 | 0,658     | 0,707    | -0,049   | -7,421      | 0,560                     | 0,854    |
| 0,570 | 0,835     | 0,781    | 0,054    | 6,459       | 0,636                     | 0,926    |
| 0,704 | 0,904     | 0,926    | -0,022   | -2,485      | 0,794                     | 1,059    |
| 0,843 | 0,939     | 0,986    | -0,047   | -5,033      | 0,861                     | 1,111    |

Tabela 6 - Parâmetros do modelo (equação 14) referentes à variação relativa de matéria seca da folha em função do desenvolvimento relativo da cultura de milho.

| Parâmetro       | Valor     | s          | valor t | Limite de confiança (99%) |             |
|-----------------|-----------|------------|---------|---------------------------|-------------|
|                 |           |            |         | Inferior                  | Superior    |
| Dr <sub>m</sub> | 0,701     | 0,034      | 20,469  | 0,574                     | 0,827       |
| a               | 11471,197 | 695446,842 | 0,016   | -2567000,000              | 2589960,000 |
| b               | 0,009     | 0,261      | 0,033   | -0,960                    | 0,977       |

Tabela 7 - Valores observados e estimados relativos de matéria seca da folha (Fr) em função do desenvolvimento relativo (Dr) da cultura de milho.

| Dr    | Fr        |          | Resíduo  |             | Limite de confiança (95%) |          |
|-------|-----------|----------|----------|-------------|---------------------------|----------|
|       | Observado | Estimado | Absoluto | Relativo, % | Inferior                  | Superior |
| 0,142 | 0,054     | 0,072    | -0,017   | -31,944     | -0,189                    | 0,332    |
| 0,268 | 0,320     | 0,386    | -0,065   | -20,384     | 0,130                     | 0,641    |
| 0,389 | 0,807     | 0,698    | 0,110    | 13,575      | 0,447                     | 0,948    |
| 0,526 | 0,897     | 0,918    | -0,021   | -2,346      | 0,691                     | 1,145    |
| 0,570 | 0,930     | 0,957    | -0,026   | -2,848      | 0,739                     | 1,174    |
| 0,704 | 1,000     | 1,000    | 0,000    | 0,002       | 0,795                     | 1,205    |
| 0,843 | 0,982     | 0,965    | 0,017    | 1,768       | 0,745                     | 1,184    |

Tabela 8 - Parâmetros do modelo (equação 13) referentes à variação relativa de matéria seca da espiga em função do desenvolvimento relativo da cultura de milho.

| Parâmetro | Valor  | s     | valor t | Limite de confiança (99%) |          |
|-----------|--------|-------|---------|---------------------------|----------|
|           |        |       |         | Inferior                  | Superior |
| p         | -8,095 | 2,708 | -2,989  | -17,571                   | 1,382    |
| q         | 11,215 | 1,771 | 6,333   | 5,017                     | 17,413   |

Tabela 9 - Valores observados e estimados relativos de matéria seca da espiga (Er) em função do desenvolvimento relativo (Dr) da cultura de milho.

| Dr    | Er        |          | Resíduo  |             | Limite de confiança (95%) |          |
|-------|-----------|----------|----------|-------------|---------------------------|----------|
|       | Observado | Estimado | Absoluto | Relativo, % | Inferior                  | Superior |
| 0,142 | 0,000     | 0,000    | 0,000    | 0,000       | -0,082                    | 0,082    |
| 0,268 | 0,000     | 0,000    | 0,000    | 0,000       | -0,082                    | 0,082    |
| 0,389 | 0,000     | 0,011    | -0,011   | 0,000       | -0,072                    | 0,095    |
| 0,526 | 0,092     | 0,118    | -0,026   | -27,961     | 0,020                     | 0,216    |
| 0,570 | 0,198     | 0,194    | 0,004    | 1,876       | 0,095                     | 0,294    |
| 0,704 | 0,570     | 0,537    | 0,033    | 5,821       | 0,433                     | 0,641    |
| 0,843 | 0,830     | 0,874    | -0,044   | -5,302      | 0,775                     | 0,973    |

Tabela 10 - Parâmetros do modelo (equação 13) referentes à variação relativa de matéria seca da parte aérea em função do desenvolvimento relativo da cultura de milho.

| Parâmetro | Valor | s     | valor t | Limite de confiança (99%) |          |
|-----------|-------|-------|---------|---------------------------|----------|
|           |       |       |         | Inferior                  | Superior |
| p         | 0,333 | 0,693 | 0,481   | -2,094                    | 2,760    |
| q         | 2,835 | 0,364 | 7,778   | 1,559                     | 4,110    |

Tabela 11 - Valores observados e estimados relativos de matéria seca da parte aérea (PAr) em função do desenvolvimento relativo (Dr) da cultura de milho.

| Dr    | PAr       |          | Resíduo  |             | Limite de confiança (95%) |          |
|-------|-----------|----------|----------|-------------|---------------------------|----------|
|       | Observado | Estimado | Absoluto | Relativo, % | Inferior                  | Superior |
| 0,142 | 0,007     | 0,013    | -0,006   | -81,237     | -0,060                    | 0,086    |
| 0,268 | 0,069     | 0,073    | -0,004   | -5,762      | -0,010                    | 0,156    |
| 0,389 | 0,217     | 0,192    | 0,024    | 11,269      | 0,108                     | 0,277    |
| 0,526 | 0,360     | 0,397    | -0,037   | -10,367     | 0,317                     | 0,477    |
| 0,570 | 0,479     | 0,472    | 0,007    | 1,398       | 0,391                     | 0,553    |
| 0,704 | 0,732     | 0,708    | 0,024    | 3,272       | 0,624                     | 0,792    |
| 0,843 | 0,895     | 0,909    | -0,014   | -1,565      | 0,834                     | 0,984    |

A curva de secagem a campo após o ponto de maturidade fisiológica depende do material genético e das condições climáticas, principalmente. A umidade relativa e a temperatura do ar, bem como a ocorrência de chuva e ventos impossibilitam a obtenção de modelo extrapolável.

A proposição dos modelos são justificáveis por se tratarem de uma importante ferramenta para definição de população de plantas, épocas de semeadura e de colheita, bem como otimizar a utilização de fertilizantes, e definir o momento de corte de milho para silagem, por exemplo. Tais definições racionalizam a produção permitindo maior aproveitamento dos recursos naturais, favorecendo assim o planejamento de atividades ao nível de propriedade e no zoneamento agrícola ao nível de região. Pode-se também, determinar as regiões onde ocorrem o máximo acúmulo de metabólitos e que determinam a época limite de aplicação do nutriente de interesse em cobertura (caso do nitrogênio, por

exemplo), o que ocorre próximo ao estágio de doze folhas no caso do milho.

Os resultados obtidos (Tabelas 12 e 13) demonstram que o método proposto é perfeitamente viável e que pode ser utilizado como uma ferramenta para estimar a produtividade de grãos de uma cultura de milho.

Os modelos auxiliam a interpretação de dados experimentais, sendo mais uma ferramenta para o desenvolvimento de técnicas de pesquisa que visem melhor nortear as ações de manejo no ambiente agrícola (WIT, 1982). É importante a constante busca de procedimentos que organizem melhor a informação existente, que identifiquem as limitações atuais de conhecimento e que viabilizem a extrapolação de resultados minimizando, dentro de certos limites, a necessidade da condução de experimentos de campo.



Tabela 12 - Rendimentos calculados referentes aos três híbridos utilizados.

| Híbrido | População <sup>1</sup><br>plantas ha <sup>-1</sup> | Fileiras por Espiga<br>fileiras espiga <sup>-1</sup> | Grãos por Fileira<br>grãos fileira <sup>-1</sup> | Grãos por Espiga<br>grãos espiga <sup>-1</sup> | Massa do Grão<br>g grão <sup>-1</sup> | Rendimento<br>kg ha <sup>-1</sup> |
|---------|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|
| C-901   | 60.000                                             | 16                                                   | 34                                               | 532                                            | 0,32                                  | 11.222                            |
| C-333B  | 50.000                                             | 15                                                   | 36                                               | 531                                            | 0,35                                  | 10.351                            |
| C-806   | 50.000                                             | 14                                                   | 38                                               | 544                                            | 0,34                                  | 10.301                            |
| Média   | 53.333                                             | 15                                                   | 36                                               | 536                                            | 0,34                                  | 10.625                            |

<sup>1</sup> Prolificidade: 1,1 espiga planta<sup>-1</sup>.

Tabela 13 - Parâmetros do modelo relativo à variação temporal do teor de água no grão referente aos híbridos C-901, C-333-B e C-806.

| Parâmetro | Valor         | s            | valor t | Limite de confiança (99%) |               |
|-----------|---------------|--------------|---------|---------------------------|---------------|
|           |               |              |         | Inferior                  | Superior      |
| C-901     |               |              |         |                           |               |
| a         | -2144100,000  | 1789280,000  | -1,198  | -7470300,000              | 3182130,000   |
| b         | -265,003      | 215,084      | -1,232  | -905,253                  | 375,246       |
| c         | 286027,954    | 238055,923   | 1,202   | -422601,246               | 994657,154    |
| d         | 14442100,000  | 12119400,000 | 1,192   | -21634000,000             | 50518300,000  |
| f         | -12829000,000 | 10801800,000 | -1,188  | -44983000,000             | 19325100,000  |
| C-333-B   |               |              |         |                           |               |
| a         | -6557600,000  | 1544790,000  | -4,245  | -11004000,000             | -2111300,000  |
| b         | -774,281      | 183,495      | -4,220  | -1302,432                 | -246,131      |
| c         | 871183,109    | 205322,723   | 4,243   | 280206,973                | 1462160,000   |
| d         | 44534000,000  | 10482600,000 | 4,248   | 14362100,000              | 74705900,000  |
| f         | -39743000,000 | 9351920,000  | -4,250  | -66660000,000             | -12826000,000 |
| C-806     |               |              |         |                           |               |
| a         | 172669,968    | 1848780,000  | 0,093   | -5330600,000              | 5675980,000   |
| b         | 12,305        | 222,236      | 0,055   | -649,233                  | 673,842       |
| c         | -22113,131    | 245971,301   | -0,090  | -754304,306               | 710078,045    |
| d         | -1257900,000  | 12522400,000 | -0,100  | -38534000,000             | 36017900,000  |
| f         | 1167480,000   | 11160900,000 | 0,105   | -32056000,000             | 34390500,000  |

A definição do fator redutor de produtividade é importante no intuito de estabelecer que toda e qualquer ação de manejo efetuada pelo Homem na escala de cultura, para um determinado material genético numa condição climática específica, é no intuito de minimizar estresse do ambiente.

A produtividade não aumenta com adubação, com controle de plantas daninhas ou com controle de pragas e doenças. O modelo que norteia as referidas ações, leva em consideração o fator econômico. Sendo assim, uma intervenção é recomendável apenas quando o custo da mesma for inferior ao valor monetário da suposta perda de receita bruta, a qual é dependente da perda de produtividade e do preço de mercado esperados. Essa é a utilidade da estimativa de produtividade como uma importante ferramenta (modelagem) para nortear decisões.

## CONCLUSÃO

Os modelos propostos são precisos na estimativa do acúmulo de matéria seca nos diversos órgãos da parte aérea das plantas de milho, bem como para prever o rendimento de grãos da cultura.

## ABSTRACT

*Mathematical and physiological models have the purpose of understanding the genotype and environment interaction, allowing forecast the results of the interest process. The objective was to obtain models for estimate plant dry matter phytomass and grain productivity of maize. For this purpose, an experiment was carried out at University of São Paulo campus, Piracicaba, São Paulo State, Brazil, using EUTRUDOX KANDIUDALFIC soil and three hybrids (C-901, C-333-B, C-8060) under the completely randomized design with three replications. The models were proposed to describe the functional relationship between relative dry mass of different organs and maize crop relative development. Relative values were used with the purpose of extrapolating the results. The proposed models can be used to estimate with accuracy the magnitude order of plant dry matter production of different organs (leaves, stalk and ears) and to forecast grain productivity of maize.*

**Key words:** *Zea mays*, modeling, crop science.

## REFERÊNCIAS

AFUAKWA, J.J.; CROOKSTON, R.K.; JONES, R.J. Effect of temperature and sucrose availability on Kernel black

layer development in maize. **Crop Science**, Madison, v.24, n. 2, p.285-288, 1984.

ANDRADE, F.H. Analysis of growth and yield of maize, sunflower and soybean grown at Balcarce, Argentina. **Field Crops Research**, Amsterdam, v.41, p.1-12, 1995.

BROWN, D; ROTHERY, P. **Models in biology**: mathematics, statistics and computing. Baffins Lane: Wiley, 1993. p.1-9.

BARROS, I.Q. Introdução ao cálculo numérico. São Paulo : Edgar Blücher Ltda, 1976.

BARROS, A.H.C. **Análise de crescimento, do desenvolvimento e da produtividade da cultura de milho (Zea mays L.)**: Experimentos e modelos. 1998. 85p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa.

BOOTE, K.J.; JONES, J.W.; PICKERING, N.B. Potential uses and limitations of crop models. **Agronomy Journal**., Madison, v.88, p.704-716, 1996.

CHEN, S.C.; FONSECA, L.B. Corn yield model for Ribeirão Preto, São Paulo State, Brazil. **Agricultural Meteorology**, Amsterdam, v. 22, p.341-349, 1980.

FANCELLI, A.L.; DOURADO-NETO, D. **Tecnologia da produção de milho**. São Paulo :FEALQ/Departamento de Produção Vegetal: ESALQ/USP, 1999.

MIRSHAWKA, V. **Cálculo Numérico**. São Paulo : Editora Nobel, 1989.

PECHER, A.; HAHN, S. Using tools for modelling and solving agricultural problems under risk. **Computer and Electronics in Agriculture**, New York, v.22, p.187-197, 1999.

WHISLER, F.D.; ACOCK, B.; BAKER, D.N. Crop simulation models in agronomic systems. **Advances in Agronomy**, New York, v.40, p.141-208, 1986.

THORNLEY, J. H. M.; JOHNSON, I. R. **Plant and crop modelling**: a mathematical approach to plant and crop physiology. Oxford: Clarendon Press, 1990. 669p.

WIT, C.T. Simulation of living systems. In: PENNING DE VRIES, F. W.T.; VAN LAAR, H.H (Ed.). **Simulation of plant growth and crop production**. Wageningen: Pudoc, 1982.p.3-8.